

La geometria frattale dei corsi d'acqua, ovvero:  
quanto è lungo un fiume per un pesce?

The fractal geometry of rivers: or how long is a  
river for a fish?

F. STOCH

OIKOS - Studi Ambientali s.c.r.l. - Udine

**Summary:** *The ecological consequences of the fractal dimension of river lengths and habitat structure are examined in detail. The approximate length of a river increases with increasingly precise measurements, and depends on the scale of the geographic maps. Indeed, we can argue that for animals living on a fractal surface (as a river bed), the smaller the animal the greater the surface would appear to be. The fractal dimension of rivers must be taken into account in estimating the density, biomass, production and diversity of running water macroinvertebrates and fishes to avoid large errors. Another interesting application of fractal theory concerns environmental impact assessment studies on rivers; ignoring fractals leads to underestimated values of biomass and diversity losses in damaged ecosystems. In fact 1 km of river bed transformed into a straight channel from an engineer's point of view corresponds to several kilometres of habitat loss for a fish, and to the destruction of an enormous amount of microhabitats for benthic macroinvertebrates.*

**Riassunto:** *Vengono esaminate le conseguenze ecologiche della struttura frattale dell'habitat e della dimensione frattale dei corsi d'acqua. Poiché la lunghezza di un corso d'acqua aumenta all'aumentare dell'accuratezza della scala di indagine, e lo spazio disponibile per un organismo aumenta al diminuire delle sue dimensioni, le stime di densità, biomassa e produzione degli organismi acquatici saranno soggette a notevoli margini di errore. Ne consegue che estrapolare ad interi corsi d'acqua i risultati ottenuti in poche stazioni di campionamento fornisce dati di dubbia utilità pratica. Viene inoltre discussa la valutazione dei danni ittogenici ed ambientali in seguito a canalizzazioni o sistemazioni idrauliche, che riducono il valore della dimensione frattale dei corsi d'acqua: le indagini comunemente effettuate per tali valutazioni portano a sottostimare marcatamente il danno alle comunità macrobentoniche e ittiche.*

### Premessa

Gli ittiologi si trovano spesso nella situazione di dover rispondere a domande precise: quanti pesci possono vivere in un determinato tratto di

corso d'acqua? A quanto ammonta il danno arrecato all'ambiente ed al patrimonio ittico da una canalizzazione o da una derivazione d'acqua ad uso idroelettrico? Come variano quantitativamente i popolamenti macrobentonici ed ittici in seguito ad inquinamenti organici?

Per fornire risposte adeguate a questi quesiti è necessario procedere ad analisi e misurazioni per stabilire il valore di alcuni parametri di base ritenuti rilevanti ai fini dell'indagine. Tra questi rivestono grande importanza i fattori chimico-fisici (Minshall e Minshall, 1978; Cushing e coll., 1980; Moyle e Nichols, 1973), la granulometria del substrato (Erman e Erman, 1984), i parametri morfodinamici (Statzner e Higler, 1986; Huet, 1959; Moyle e Nichols, 1973), la larghezza e la profondità dell'acqua nella stazione di campionamento (Sheldon, 1968) e la lunghezza del corso d'acqua (Huet, 1949; Sheldon, 1968). Le carte ittiche e gli studi di qualità sono banche dati ricche di informazioni di questo tipo che, seppure soggette ad errori di misurazione e ad ovvie approssimazioni, servono come punti di partenza per l'analisi gestionale (Marconato e coll., 1990; Stoch e coll., 1992).

Tra i parametri di base rilevati in ogni studio gestionale o valutazione di impatto ambientale condotti a scala di bacino riveste ovviamente un'importanza fondamentale una precisa misura della lunghezza di un corso d'acqua. La precisione è importante, poiché incide marcatamente sulla stima della biomassa e produzione totali delle comunità ittiche o macrobentoniche. Le misure di lunghezza vengono in genere ottenute mediante curvimetro in base a cartografie la cui scala è adeguata all'estensione territoriale dell'area in studio; nei casi in cui occorra una maggiore precisione, si procede a misurazioni accurate in campagna utilizzando una cordella metrica. Scopo di questo contributo è dimostrare come stime di questo tipo siano del tutto inadeguate a valutare la struttura dell'ambiente dal punto di vista degli organismi che vi abitano e possano portare ad errori di misurazione tanto elevati da inficiare l'utilità dei risultati.

## IL PROBLEMA DELLA SCALA

Già nel 1967 Illies e Botosaneanu avevano messo in luce come lo studio delle acque correnti potesse essere condotto a tre diverse scale operative: a livello di corso d'acqua; a livello di stazione; a livello di microhabitat. La scala di risoluzione è diversa: la scelta dei parametri rilevabili e l'accuratezza delle misurazioni saranno pertanto condizionate dall'estensione del territorio oggetto di studio (Forneris e Alessio, 1986).

Il problema della scala di lavoro si riflette anche sull'accuratezza cartografica: una carta ittica regionale userà una cartografia in scala 1:200000 o 1:100000, mentre una cartografia a livello di bacino sarà senz'altro più accurata (1:50000 o 1:25000). Nelle valutazioni di impatto ambientale si usano in genere scale ancora più accurate (es. la carta tecnica regionale del Friuli-Venezia Giulia in scala 1:10000 o 1:5000).

Tuttavia a seconda della scala di osservazione cambiano le dimensioni e la struttura di ciò che si osserva; è ovvio che man mano migliora l'accuratezza della scala, man mano emergono nuovi particolari e le misure divengono via via più precise. Nel caso della lunghezza di un corso d'acqua, il valore tenderà ad aumentare al diminuire dell'unità di misura: cioè il corso d'acqua sarà tanto più lungo quanto più accurata sarà la scala di osservazione. Il fenomeno è stato analizzato in dettaglio da Mandelbrot (1983): riportando i valori della lunghezza della linea di costa di alcune nazioni o dei loro confini in funzione dell'unità di misura usata, si può notare che i valori diminuiscono nettamente con il diminuire dell'accuratezza del righello usato per le misurazioni. Ciò porta a notevoli discrepanze nelle misure. E' ovvio ad esempio che una nazione piccola, come il Portogallo, misura più accuratamente i suoi confini rispetto ad una nazione grande, come la Spagna, ottenendo un valore chilometrico più elevato: la discrepanza tra i due valori era nota da tempo (Mandelbrot, 1983).

#### LA DIMENSIONE FRATTALE DEI CORSI D'ACQUA

Una situazione analoga si può riscontrare misurando i fiumi su cartine geografiche a scala diversa (fig. 1). Da una serie di misurazioni effettuate sui corsi d'acqua del Friuli-Venezia Giulia risulta ad esempio che un corso d'acqua di montagna come il T.Uqua, lungo ben 11.1 km in base a misure effettuate sulla carta tecnica regionale (C.T.R.) 1:5000, è invece lungo appena 6.2 km (poco più della metà!) quando misurato sulla carta 1:200000 del T.C.I. Le discrepanze sono meno marcate nel caso di corsi d'acqua che presentano anche lunghi tratti in pianura, dove in genere sono in parte canalizzati; il T. Rosandra, lungo 7 km sulla carta del T.C.I. ha una lunghezza di circa 8 km sulla C.T.R.

Il metodo per ottenere queste informazioni è molto semplice; per ogni corso d'acqua si può costruire una tabellina come la seguente (lunghezza del T. Rosandra, in provincia di Trieste):

Scala	L (in mm)	L reale (in km)	u (in km)
1:200000	35	7.00	0.200
1:100000	73	7.30	0.100
1: 50000	148	7.40	0.050
1: 25000	305	7.63	0.025
1: 10000	775	7.75	0.010
1: 5000	1598	7.99	0.005

In base ai valori ricavati, mediante una semplice regressione di potenza si può calcolare la correlazione tra la lunghezza L (u) e l'unità di

misura corrispondente u secondo la formula seguente:

$$L(u) = F \cdot u^{1-D}$$

dove F e D sono due costanti. F corrisponde alla lunghezza teorica del corso d'acqua per una unità di misura unitaria, e D prende il nome di dimensione frattale (Mandelbrot, 1983). Nel caso del T. Rosandra  $F = 8.43$  e  $D = 1.033$  (il coefficiente di correlazione è  $r = -0.9872$ ).

Il termine frattale fu inventato da Mandelbrot (1983) ed applicato ai problemi ecologici da Frontier (1987), e si riferisce ad una dimensione non intera: se la lunghezza del corso d'acqua fosse costante, D sarebbe uguale ad 1. Ciò invece non si verifica, e D è un numero compreso tra 1 e 2. Anche D non è costante, ma assume un valore diverso per ogni singolo corso d'acqua; i valori sono prossimi a 1 per le acque di pianura, aumentano per le acque prealpine di fondovalle (es.  $D = 1.1$  per il F. Slizza), e giungono a 1.2 per le acque di montagna ( nel caso del T. Uqua citato in precedenza, D era pari a 1.16).

### LA STRUTTURA FRATTALE DELL'HABITAT

Purtroppo vi sono ancora ulteriori complicazioni. Se invece di ricavare la dimensione frattale D in base ai valori calcolati sulle carte geografiche utilizziamo misure rilevate sul campo con cordella metrica, otterremo anche in questo caso un valore diverso di lunghezza in relazione all'unità di misura usata (che potrà essere il m, il dm, il cm o addirittura il mm se siamo interessati all'habitat di una larva di Chironomide). Il valore di D sarà però superiore a quello ottenuto in base alle carte geografiche: anche la struttura dell'habitat ha una dimensione frattale (Williamson e Lawton, 1991), che dipende dalla scala di misurazione.

Le forme euclidee ordinarie, come linee rette, quadrati e cerchi, sfere e cubi hanno dimensioni rispettivamente di 1, 2 e 3; in altre parole le loro dimensioni sono numeri interi. Queste forme si trovano talvolta in natura, ma piuttosto raramente. Gli oggetti reali sono molto più complessi. Da lontano il fondale di un corso d'acqua sembra abbastanza regolare; se ci avviciniamo notiamo però una complessa struttura costituita da fessure e interstizi, granelli di sabbia o rocce di forma molto irregolare. Un microscopio ci mostrerà un livello di complessità ancora maggiore. Invece un cerchio o una sfera anche se esaminati in maggior dettaglio non ci riveleranno ulteriori particolari. Ciò ha importanti implicazioni matematiche; infatti molti oggetti naturali, non avendo una struttura geometrica deterministica, hanno una dimensione frattale invece che intera (Mandelbrot, 1983).

### LE CONSEGUENZE ECOLOGICHE DELLA TEORIA DEI FRATTALI

Le implicazioni ecologiche della teoria dei frattali sono ben note (Williamson, 1988; Williamson e Lawton, 1991; Morse e coll., 1985):

- a) Quanto più piccolo è un organismo, tanto più grande è l'habitat a sua disposizione. Infatti tanto più piccolo è l'organismo considerato, tanto più accurata sarà l'unità di misura per il suo habitat (Morse e coll., 1985). Purtroppo gli studi ecologici sono sempre stati fatti "a misura d'uomo", invece di utilizzare un approccio metodologico nel quale l'habitat viene osservato dal punto di vista dell'organismo (MacMahon e coll., 1981). Per questo motivo le misurazioni effettuate dagli ecologi sono soggette a margini di errore inaccettabili, che possono giungere al 1000% o più; si pensi alla differenza di una stima di biomassa per i protozoi, per il macrobentos o per i pesci: ad un valore di biomassa rapportato al mq corrispondono situazioni reali e margini di errore ben diversi: una superficie che per l'uomo misura 1 mq, non misura 1 mq per un pesce né tantomeno per un macroinvertebrato.
- b) Gli organismi più piccoli sono molto più abbondanti di quelli grandi (Williamson e Lawton, 1991), poiché l'habitat a loro disposizione è maggiore; si pensi ad esempio alla grande abbondanza numerica di una specie macrobentonica, che può sfruttare come habitat la superficie dei singoli ciottoli o gli interstizi, rispetto a quella di una specie ittica di medie dimensioni.
- c) Man mano ci si allontana da un punto di rilevamento, man mano aumentano le differenze nell'habitat e cambiano la struttura del substrato e la diversità dei popolamenti (Williamson, 1988). Questo fatto è ben noto in letteratura e prende il nome di "reddened spectrum" (Williamson, 1988) ed è strettamente collegato con la struttura frattale dell'habitat (Berry e Hannay, 1978). Si pensi di effettuare un rilievo macrobentonico, ittico o di granulometria del substrato in un determinato punto di un corso d'acqua. Punti distanti un metro dal luogo in cui noi siamo fermi sono molto più simili strutturalmente al nostro rilievo che non punti posti 100 m più lontano, o 1 km più a valle. Ciò che la teoria del "reddened spectrum" ci dice in termini matematici è che questo banale ed intuitivo fenomeno è sistematico e continuo. Come Newton ha mostrato che la luce bianca può essere risolta in uno spettro di colori di differente lunghezza d'onda, così le serie spaziali (e temporali) possono essere risolte in un insieme di onde con diverse frequenze o lunghezze d'onda. L'ampiezza delle onde (che dipende dalla varianza associata ai punti con una certa lunghezza d'onda), è maggiore alle lunghezze d'onda maggiori: per analogia con lo spettro della luce, possiamo dire che l'ampiezza dell'onda aumenta spostandoci verso il rosso. Questa teoria spiega due fatti ben noti agli ittiologi: 1) le marcate differenze nei popolamenti che si possono riscontrare in due stazioni diverse di uno stesso fiume con le stesse caratteristiche ambientali (e pertanto le difficoltà di estrapolare i valori rilevati in un punto ad interi tratti di corsi d'acqua, tratti tanto più dissimili dal punto di prelievo quanto più ci si allontana da questo); 2) le curve area-n° di specie (fig. 2), dovute al fatto che il numero di specie aumenta con l'aumentare delle dimensioni del campione, senza soluzioni di continuità (poiché aumenta la diversità strutturale dell'habitat).

Quanto sinora esposto induce pertanto alla prudenza nell'estrapolare valori quali biomassa o produzione calcolati in una o poche stazioni di campionamento a lunghi tratti o a interi corsi d'acqua, essendovi due fonti di errore: 1) la lunghezza del corso d'acqua, che può variare anche del 100% a seconda della carta geografica scelta per la misura (o ancor di più se le misure sono rilevate sul campo con cordella metrica); 2) la struttura frattale dell'habitat, che conferisce ad ogni corso d'acqua la propria individualità. Ogni norma gestionale dovrebbe essere pertanto ricavata solo dopo aver raccolto una adeguata documentazione sul numero più elevato possibile di stazioni.

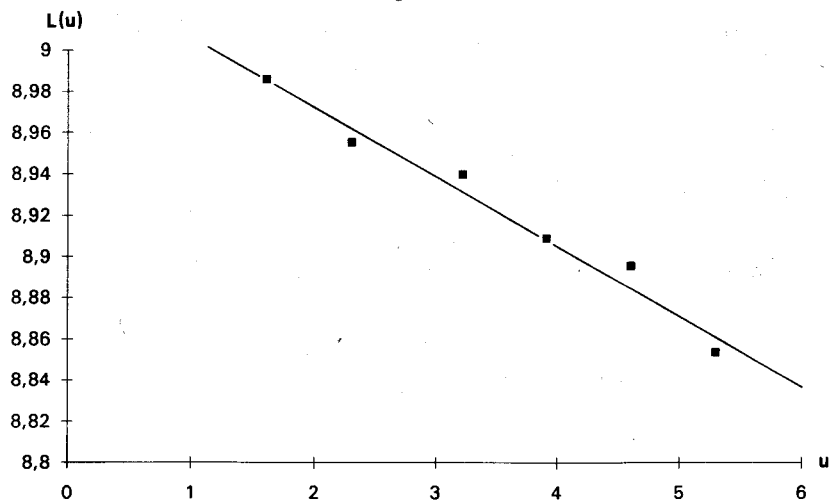
### I FRATTALI E LE CANALIZZAZIONI DEI CORSI D'ACQUA

Implicazioni ancora più importanti derivate dalla teoria dei frattali si applicano alla stima del danno ittiogenico in seguito a canalizzazioni o sottrazioni d'acqua. E' ovvio che la lunghezza di un corso d'acqua canalizzato e rettificato è indipendente dalla scala di osservazione; in termini matematici, per un canale in cemento  $D = 1$ . La canalizzazione ha quindi ridotto la dimensione frattale di un corso d'acqua; a titolo di esempio poniamo che il valore di  $D$  sia passato da 1.2 a 1.

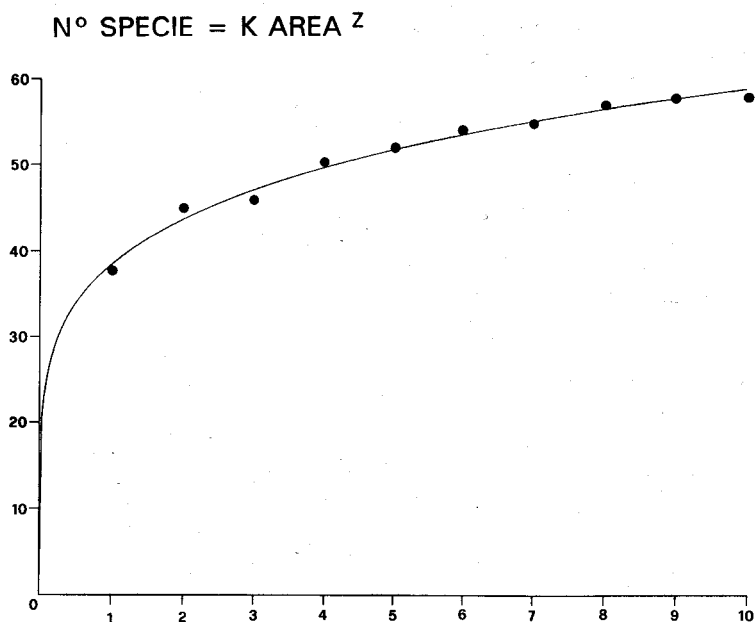
Se per un ingegnere la lunghezza di un corso d'acqua sarà cambiata di poco, per un pesce questa riduzione sarà stata drastica; a ciò va sommata l'eliminazione della complessità strutturale dell'habitat e del mosaico di microambienti. Per ogni chilometro di corso d'acqua (misurato dall'ingegnere che usa il km come unità di misura) rettificato o cementato (fig. 3), il pescatore (che usa il m per le misure sul campo) perde in realtà 4 km, una grossa trota perderà circa 6 km, e uno scazone (che usa il cm) perderà circa 10 km di fiume! Tuttavia, poichè  $D$  aumenta con il diminuire della scala di osservazione, la perdita per lo scazone sarà in realtà molo più elevata: per esso conteranno non solo le dimensioni del corso d'acqua, ma anche la struttura del substrato ed il mosaico di microhabitats. Il danno ambientale sarà pertanto enormemente più elevato di quello che si potrebbe supporre osservando acriticamente i calcoli di un ingegnere: e questo fatto va tenuto nella debita considerazione in ogni valutazione di impatto ambientale.

Un'ulteriore conseguenza della diminuzione del numero di microhabitats è data dalla diminuzione della diversità biotica, che soprattutto nel caso dei pesci è strettamente correlata con la diversità dell'ambiente (Gorman e Karr, 1978).

Quando passiamo ad esaminare la situazione dal punto di vista della qualità biologica e produttività, la dimensione frattale aumenta ed il problema della distruzione dei microhabitats assume proporzioni drammatiche: se uno scazone in seguito alla canalizzazione di 1 km di fiume ha perduto in realtà ben oltre 10 km di corso d'acqua, quanti km ha perduto una larva di efemerottero? E quale sarà la diminuzione della quantità di macrobentos appetibile per una trota? Lascio volentieri al lettore l'arduo calcolo.

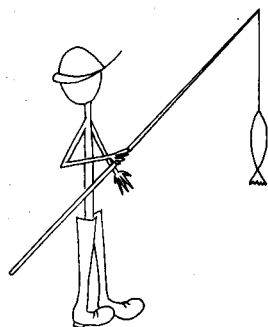


**Fig. 1 :** Correlazione tra la lunghezza del T. Rosandra presso Trieste (in ordinata, logaritmo del valore in m) e l'unità di misura usata (in ascissa: logaritmo del valore in m corrispondente ad 1 mm sulle cartine a diversa scala).

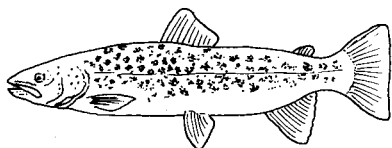


**Fig. 2 :** La nota correlazione tra il numero di specie macrobentoniche (in ordinata) e l'area di prelievo (in ascissa, replicazione di un retino Surber) dipende dalla struttura frattale dell'habitat, e non tende ad un asintoto (secondo Williamson, 1988).

1 KM NON E' SEMPRE 1 KM; PER LORO 1 KM DI FIUME E' INVECE:



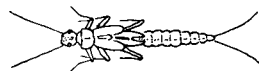
4 KM



6 KM



10 KM



?



**Fig. 3 :** Quanto è lungo un corso d'acqua?



## BIBLIOGRAFIA

- BERRY M.V., HANNAY J.H. - 1978 - *Topography of random surfaces*. Nature, 273: 573.
- CUSHING C.E., McINTIRE C.D., SEDELL J.R., CUMMINS K.W., MINSHALL G.W., PETERSEN R.C., VANNOTE R.L. - 1980 - *Comparative study of physical-chemical variables of streams using multivariate analyses*. Arch. Hydrobiol., 89 (3) : 343-352.
- ERMAN D.C., ERMANN N.A. - 1984 - *The response of stream macroinvertebrates to substrate size and heterogeneity*. Hydrobiologia, 108: 75-82.
- FORNERIS G., ALESSIO G. - 1986 - *Le carte ittiche: estensione territoriale e problemi di rilevamento*. Quaderni E.T.P., Udine, 14: 117-122.
- FRONTIER S. - *Applications of fractal theory to ecology*. In: Legendre P., Legendre L. (eds.) - 1987 *Developments in numerical ecology*, Springer Verlag, Berlin: 335-378.
- GORMAN O.T., KARR J.R. - 1978 - *Habitat structure and stream fish communities*. Ecology, 59: 507-515.
- HUET M. - 1949 - *Appréciation de la valeur piscicole des eaux douces*. Trav. Stat. Rech. Groenendaal, sér. D, 10: 1-55+13 tavv.
- HUET M. - 1959 - *Profiles and biology of western European streams as related to fish management*. Trans. Amer. Fish. Soc., 88: 155-163.
- ILLIES J., BOTOSANEANU L. - 1963 - *Problèmes et méthodes de la classification et de la zonation écologique des eaux courantes, considérées surtout du point de vue faunistique*. Int. Ver. Theor. Angew. Limnol., Mitt. 12: 1-57.
- MACMAHON J.A., SCHIMPF D.J., ANDERSEN D.C., SMITH K.G., BAYN R.L. - 1981 - *An organism centered approach to some community and ecosystem concepts*. J. Theor. Biol., 88: 287-307.
- MANDELBROT B.B. - 1983 - *The fractal geometry of nature*. Freeman, S. Francisco, 468 pp.
- MARCONATO A., MARCONATO E., SALVIATI S., MAIO G. - 1990 - *La carta ittica della provincia di Vicenza. Zona montana*. Provincia di Vicenza, Assessorato alla Pesca, 125 pp.
- MINSHALL G.W., MINSHALL J.N. - 1978 - *Further evidence on the role of chemical factors in determining the distribution of benthic invertebrates in the River Dubbon*. Arch. Hydrobiol., 83(3) : 324-355.
- MORSE D.R., LAWTON J.H., DODSON M.M., WILLIAMSON M.H. - 1985 - *Fractal dimension of vegetation and the distribution of arthropod body lengths*. Nature, 314: 731-732.
- MOYLE P.B., NICHOLS R.D. - 1973 - *Ecology of some native and introduced fishes of the Sierra Nevada Foothills in Central California*. Copeia, 3: 478-490.
- SHELDON A.L. - 1968 - *Species diversity and longitudinal succession in stream fishes*. Ecology, 49(2): 193-198.
- STATZNER B., HIGLER B. - 1986 - *Stream hydraulics as a major determinant of benthic invertebrate zonation patterns*. Freshw. Biol., 16: 127-139.

- STOCH F., PARADISI S., BUDA DANCEVICH M. - 1992 - *Carta ittica del Friuli-Venezia Giulia*. Ente Tutela Pesca, Udine, 285 pp., 4 carte.
- WILLIAMSON M. - 1988 - *Relationship of species number to area, distance and other variables*. In: Myers A.A., Giller P.S. (eds.) - *Analytical biogeography*, Chapman & Hall, London: 91-115.
- WILLIAMSON M., LAWTON J.H. - 1991 - *Fractal geometry of ecological habitats*. In: Bell S.S., McCoy E.D., Mushinsky H.R. - *Habitat structure, the physical arrangement of objects in space*, Chapman & Hall, London: 69-86.